

电力系统分析 (I)

Power System Analysis

主讲：文劲宇

E-mail: jinyu.wen@hust.edu.cn

Mobile: 13657288343

Web: <http://sgo.hust.edu.cn/>

第三章 同步发电机的基本方程

同步发电机示意图

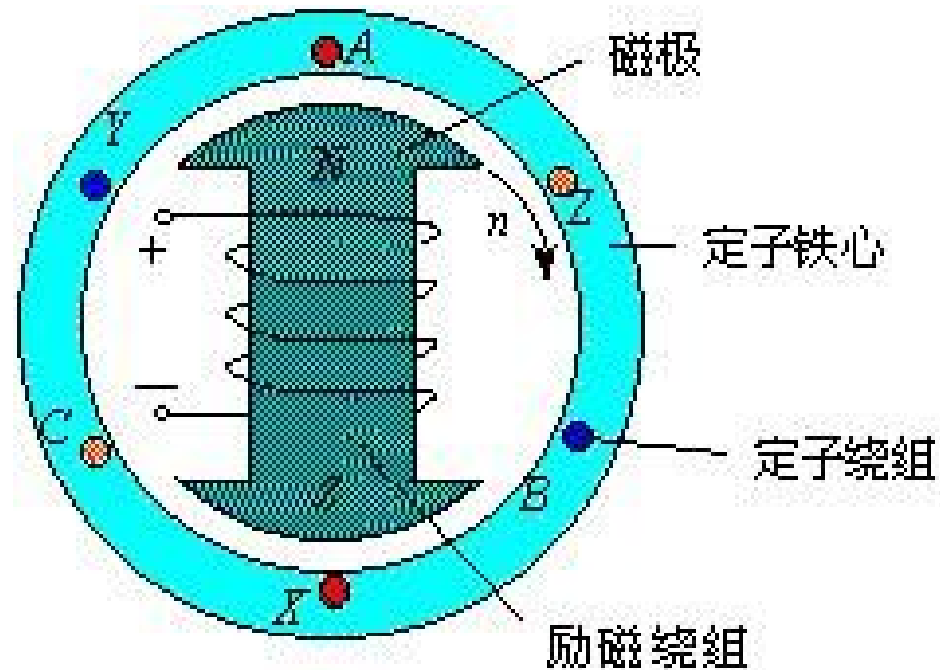


图 15.1 同步电机结构模型

第三章 同步发电机的基本方程

本章主要内容

根据理想同步电机内部的各电磁量的关系，建立比较完整精确的同步电机数学模型，为电力系统暂态分析准备必要的知识

第三章 同步发电机的基本方程

3-1 基本前提

3-2 同步发电机的原始方程

3-3 dq0坐标系的同步电机方程

3-4 同步电机的常用标么制

3-5 基本方程的拉氏运算形式

3-6 同步电机的对称稳态运行

3-1 基本前提

理想同步电机

1. 忽略磁路饱和、磁滞、涡流等影响，假设电机铁心部分的导磁系数为常数；
2. 电机转子在结构上对于纵轴和横轴分别对称；
3. 定子的abc三相绕组的空间位置互差 120° 电角度，在结构上完全相同，都在气隙中产生正弦分布的磁动势；

3-1 基本前提

理想同步电机

4. 电机空载，转子恒速旋转时，转子绕组的磁动势在定子绕组所感应的空载电势是时间的正弦函数；
5. 定子和转子的槽和通风沟不影响定子和转子的电感，即认为定子和转子具有光滑的表面。

3-1 基本前提

理想同步电机

6 个线圈

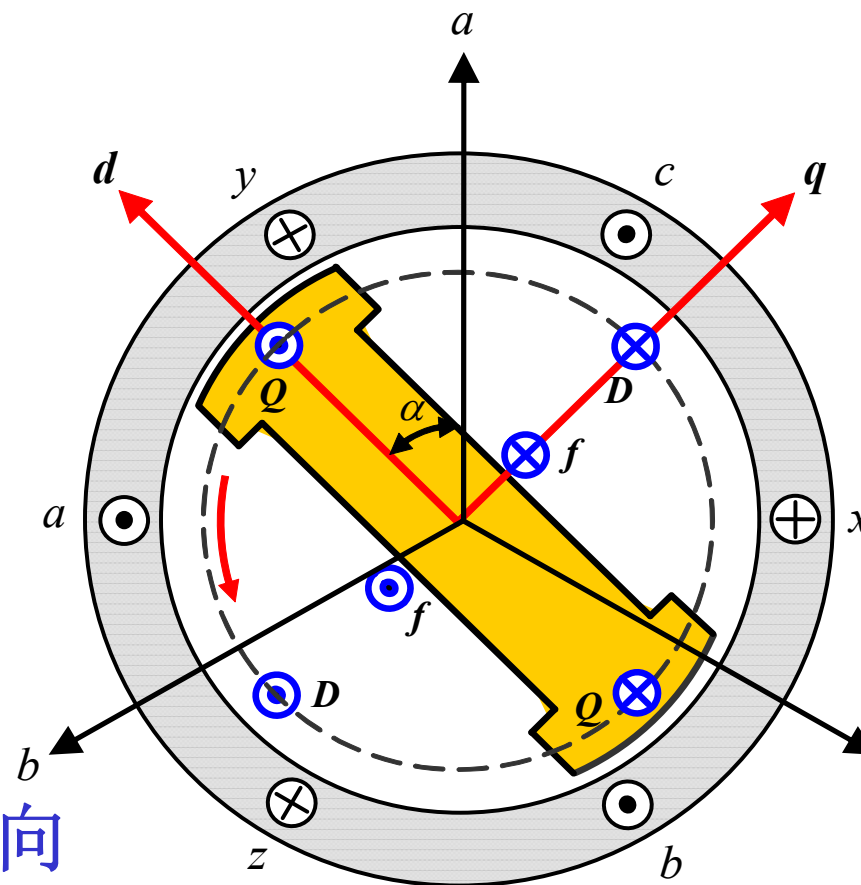
定子：静止的三个相绕组 **a b c**

转子：励磁绕组 **f**

阻尼绕组 **D** 和 **Q**

f 和 **D** 位于纵轴（**d**轴）向

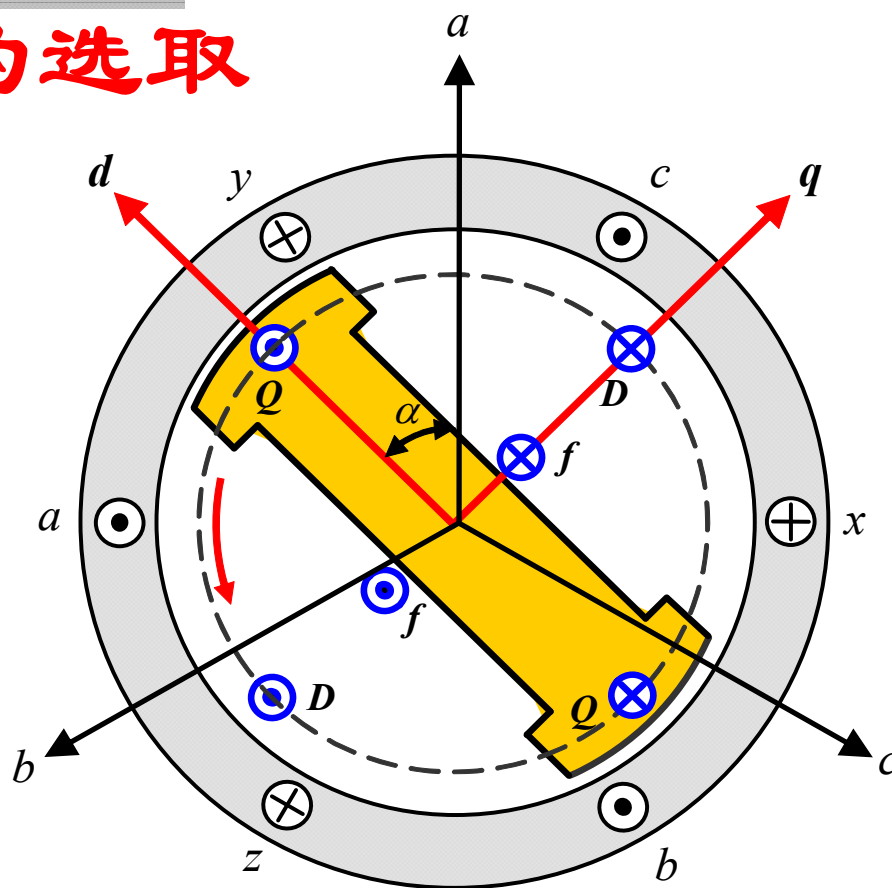
Q 位于横轴（**q**轴）向



绕组轴线正向示意图

3-1 基本前提

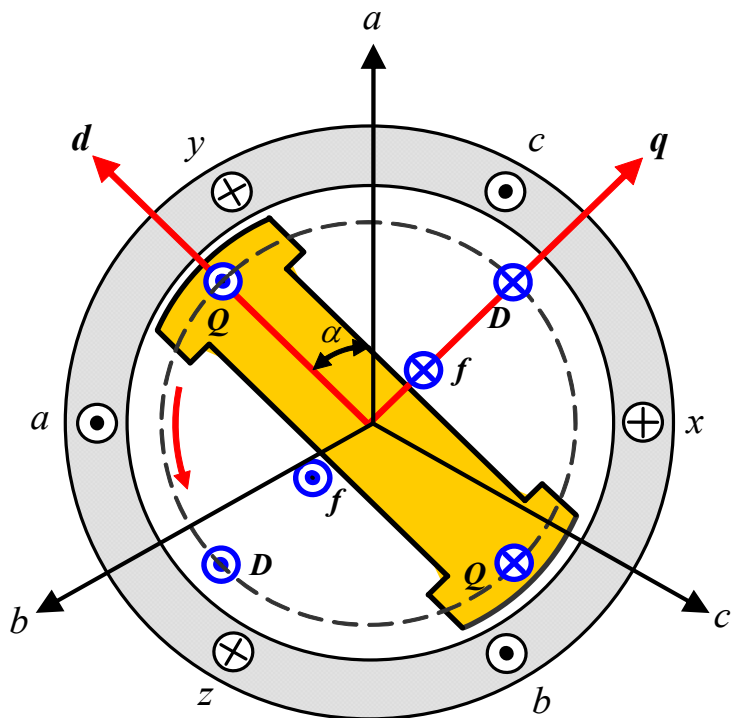
假定正向的选取



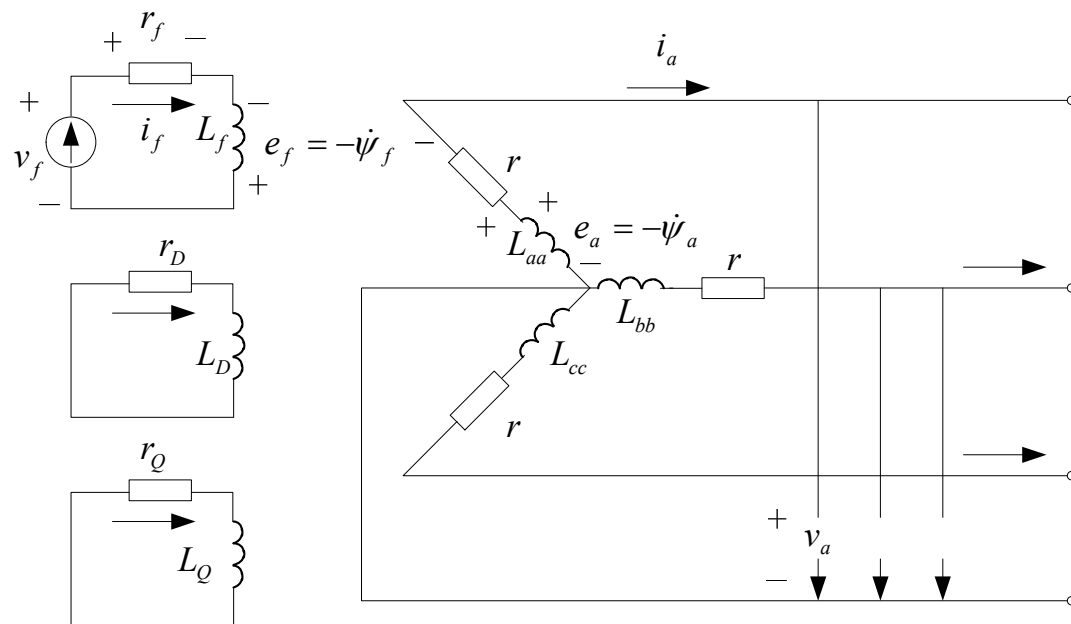
绕组轴线正向示意图

3-1 基本前提

假定正向的选取 (续)



绕组轴线正向示意图



第三章 同步发电机的基本方程

3-1 基本前提

3-2 同步发电机的原始方程

3-3 dq0坐标系的同步电机方程

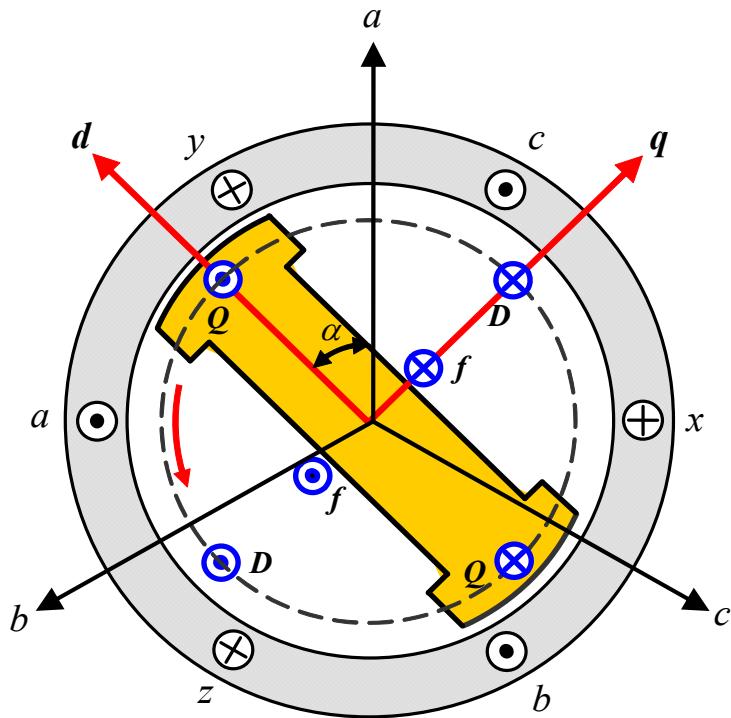
3-4 同步电机的常用标么制

3-5 基本方程的拉氏运算形式

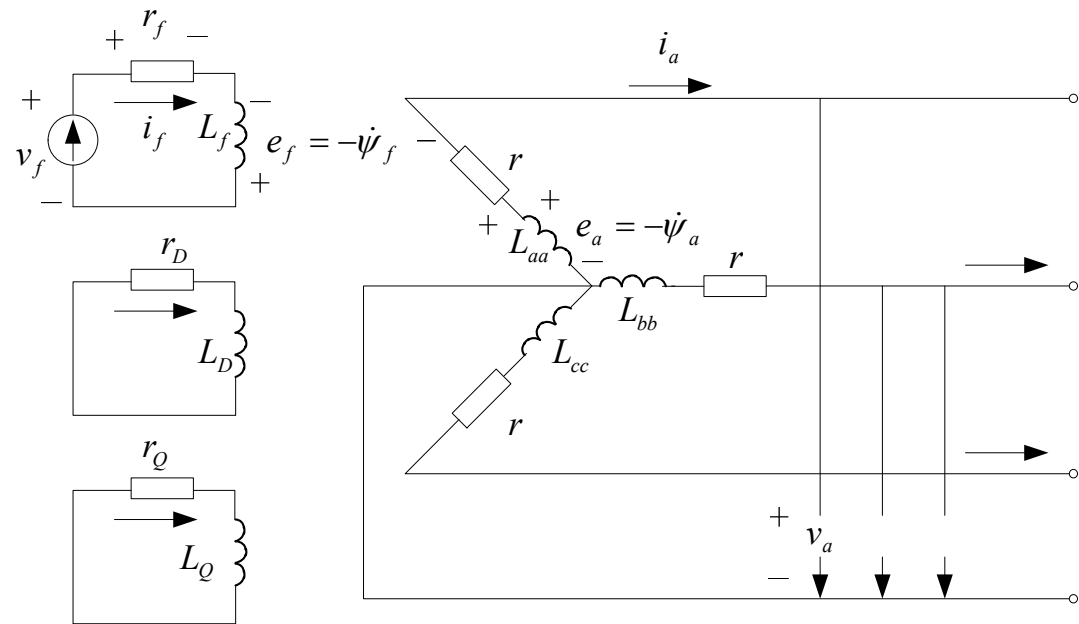
3-6 同步电机的对称稳态运行

3-2 同步发电机的原始方程

电势方程和磁链方程



绕组轴线正向示意图



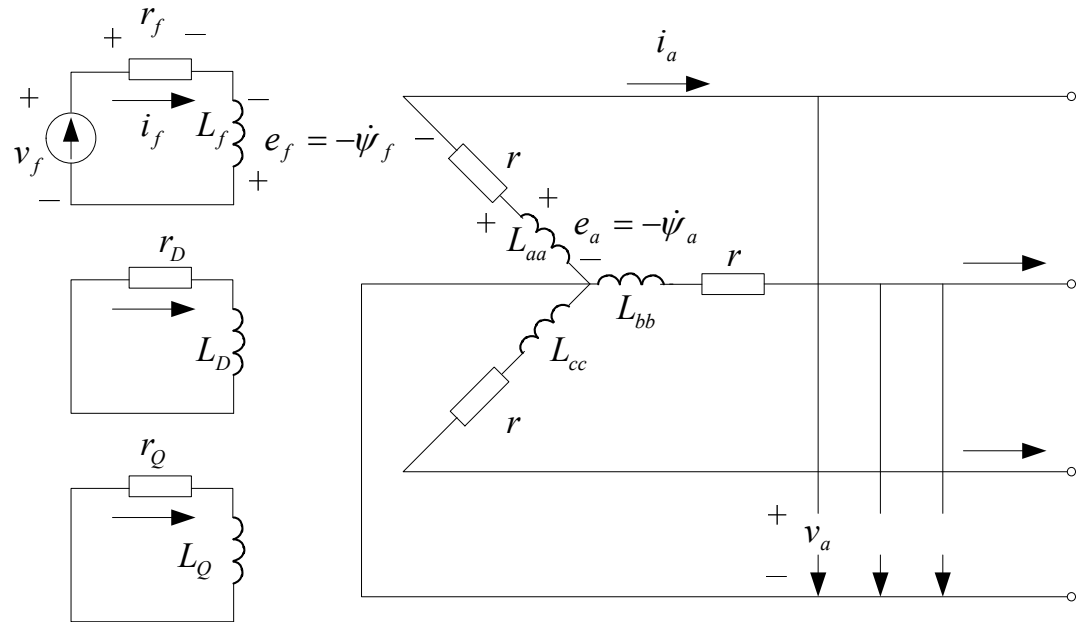
3-2 同步发电机的原始方程

电势方程 (励磁绕组)

$$v_f + e_f = i_f r_f$$

$$e_f = -\frac{d\psi_f}{dt} = -\dot{\psi}_f$$

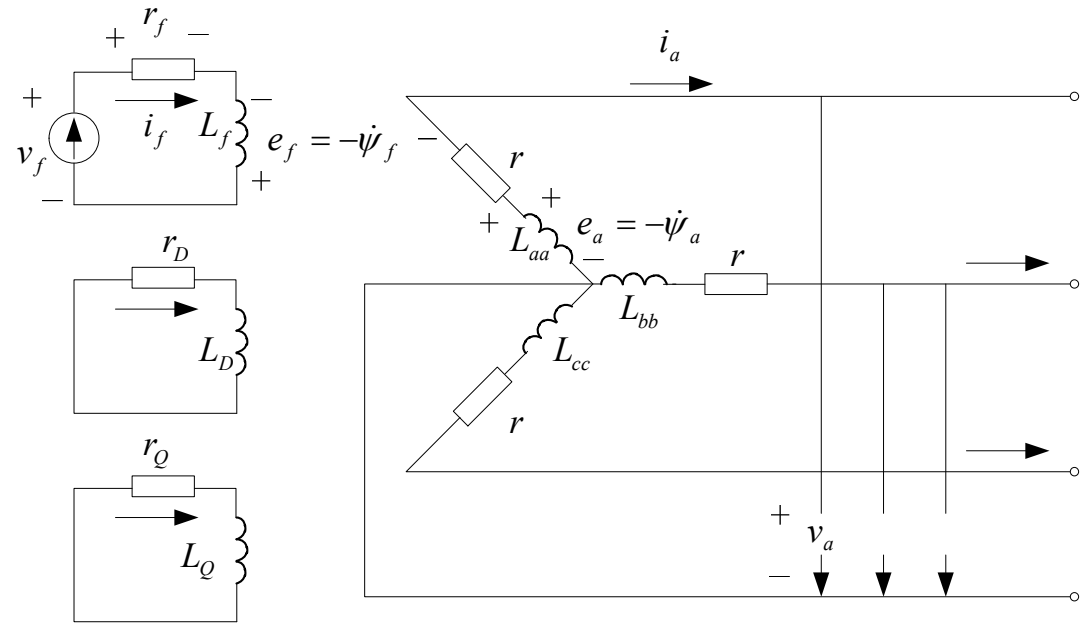
$$-v_f = -\dot{\psi}_f - i_f r_f$$



3-2 同步发电机的原始方程

电势方程（励磁绕组与阻尼绕组）

$$\begin{cases} v_f = -e_f + r_a i_a = \dot{\psi}_f + r_f i_f \\ 0 = -e_D + r_D i_D = \dot{\psi}_D + r_D i_D \\ 0 = -e_Q + r_Q i_Q = \dot{\psi}_Q + r_Q i_Q \end{cases}$$



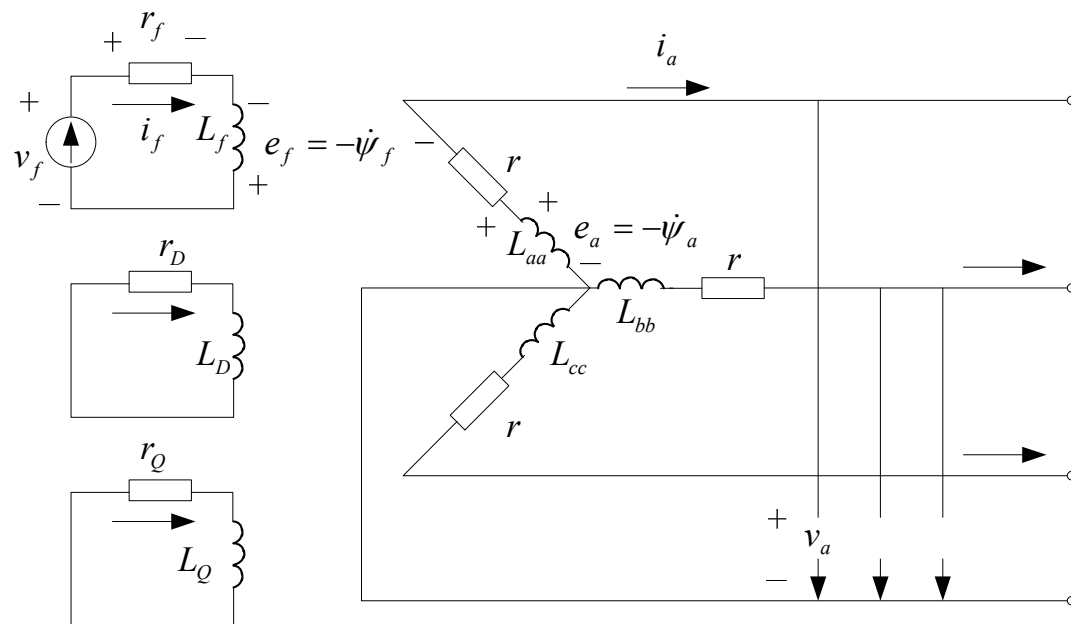
3-2 同步发电机的原始方程

电势方程 (定子a相绕组)

$$v_a + i_a r_a - e_a = 0$$

$$e_a = -\frac{d\psi_a}{dt} = -\dot{\psi}_a$$

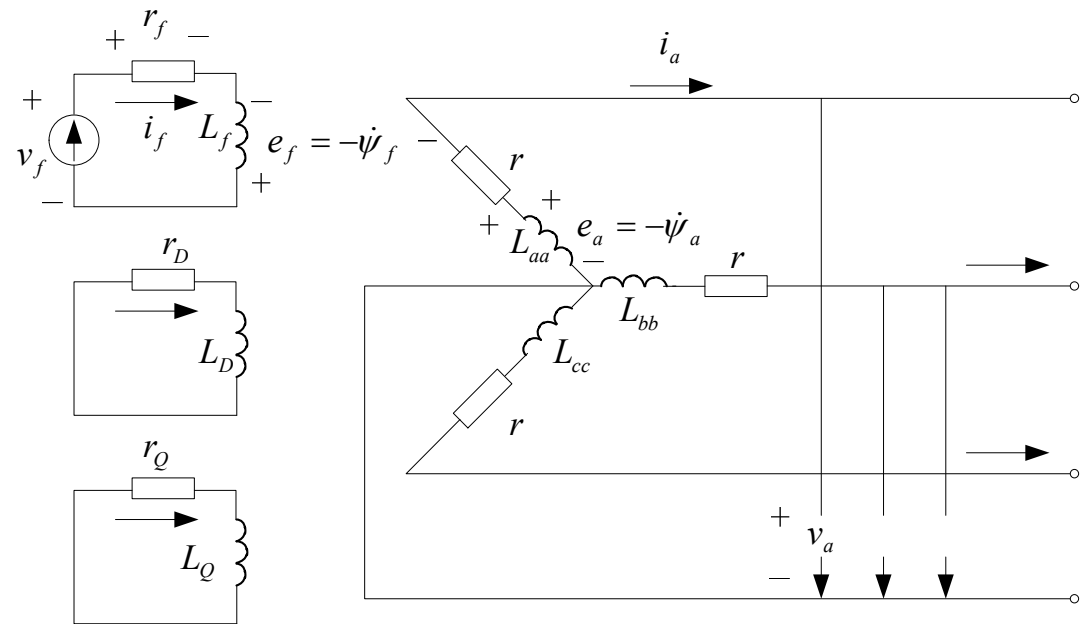
$$v_a = -\dot{\psi}_a - i_a r_a$$



3-2 同步发电机的原始方程

电势方程（定子abc三相绕组）

$$\begin{cases} v_a = e_a - r_a i_a = -\dot{\psi}_a - r_a i_a \\ v_b = e_b - r_b i_b = -\dot{\psi}_b - r_b i_b \\ v_c = e_c - r_c i_c = -\dot{\psi}_c - r_c i_c \end{cases}$$

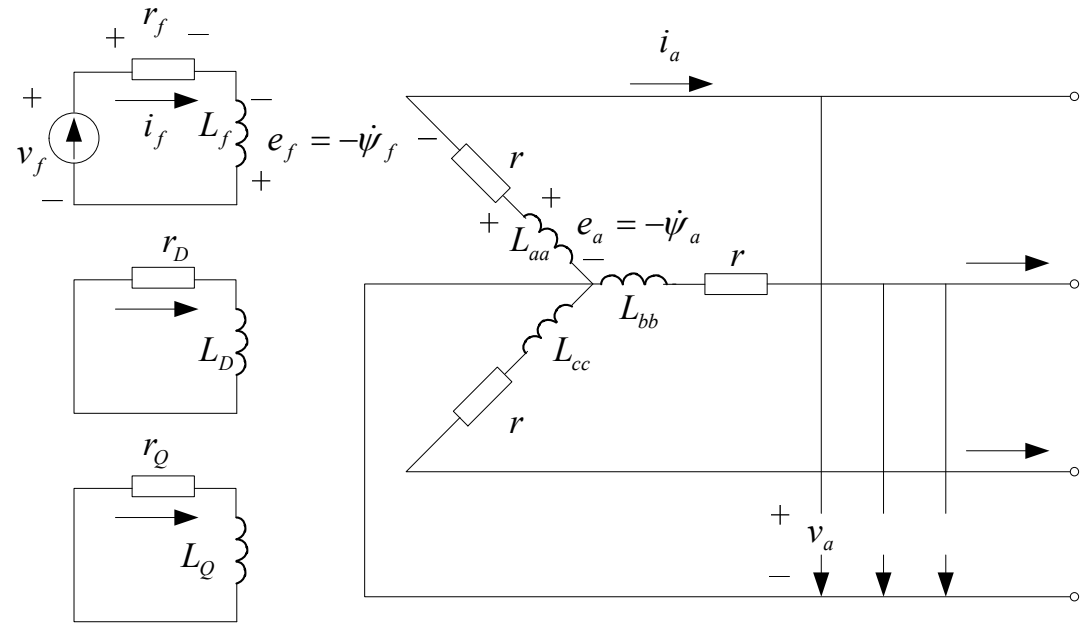


3-2 同步发电机的原始方程

电势方程

$$\begin{cases} v_a = e_a - r_a i_a = -\dot{\psi}_a - r_a i_a \\ v_b = e_b - r_b i_b = -\dot{\psi}_b - r_b i_b \\ v_c = e_c - r_c i_c = -\dot{\psi}_c - r_c i_c \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_f = -e_f + r_f i_f = \dot{\psi}_f + r_f i_f \\ 0 = -e_D + r_D i_D = \dot{\psi}_D + r_D i_D \\ 0 = -e_Q + r_Q i_Q = \dot{\psi}_Q + r_Q i_Q \end{cases}$$



3-2 同步发电机的原始方程

电势方程

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ \hline -v_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\psi}_a \\ \dot{\psi}_b \\ \dot{\psi}_c \\ \hline \dot{\psi}_f \\ \dot{\psi}_D \\ \dot{\psi}_Q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & & & \\ 0 & r & 0 & & & \\ 0 & 0 & r & & & \\ \hline & & & 0 & & \\ & & & & r_f & 0 & 0 \\ & & & & 0 & r_D & 0 \\ & & & & 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ \hline i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

3-2 同步发电机的原始方程

电势方程

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ -v_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \dot{\psi}_a \\ \dot{\psi}_b \\ \dot{\psi}_c \\ \dot{\psi}_f \\ \dot{\psi}_D \\ \dot{\psi}_Q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & & & \\ 0 & r & 0 & & & \\ 0 & 0 & r & & & \\ & & & r_f & 0 & 0 \\ & & & 0 & r_D & 0 \\ & & & 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_{abc} \\ v_{fDQ} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \dot{\psi}_{abc} \\ \dot{\psi}_{fDQ} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r_S & 0 \\ 0 & r_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{fDQ} \end{bmatrix}$$

3-2 同步发电机的原始方程

磁链方程

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{af} & L_{aD} & L_{aQ} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bf} & L_{bD} & L_{bQ} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cf} & L_{cD} & L_{cQ} \\ L_{fa} & L_{fb} & L_{fc} & L_{ff} & L_{fD} & L_{fQ} \\ L_{Da} & L_{Db} & L_{Dc} & L_{Df} & L_{DD} & L_{DQ} \\ L_{Qa} & L_{Qb} & L_{Qc} & L_{Qf} & L_{QD} & L_{QQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

3-2 同步发电机的原始方程

磁链方程

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{af} & L_{aD} & L_{aQ} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bf} & L_{bD} & L_{bQ} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cf} & L_{cD} & L_{cQ} \\ L_{fa} & L_{fb} & L_{fc} & L_{ff} & L_{fD} & L_{fQ} \\ L_{Da} & L_{Db} & L_{Dc} & L_{Df} & L_{DD} & L_{DQ} \\ L_{Qa} & L_{Qb} & L_{Qc} & L_{Qf} & L_{QD} & L_{QQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{abc} \\ \psi_{fDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{SS} & L_{SR} \\ L_{RS} & L_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{fDQ} \end{bmatrix}$$

3-2 同步发电机的原始方程

电势方程和磁链方程

$$\begin{bmatrix} v_{abc} \\ v_{fDQ} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \dot{\psi}_{abc} \\ \dot{\psi}_{fDQ} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r_S & 0 \\ 0 & r_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{fDQ} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{abc} \\ \psi_{fDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{SS} & L_{SR} \\ L_{RS} & L_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{fDQ} \end{bmatrix}$$

18个运行变量，将 v 作为给定量， ψi 共12个待求量

3-2 同步发电机的原始方程

电势方程和磁链方程

$$\begin{bmatrix} v_{abc} \\ v_{fDQ} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \dot{\psi}_{abc} \\ \dot{\psi}_{fDQ} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r_S & 0 \\ 0 & r_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{fDQ} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{abc} \\ \psi_{fDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{SS} & L_{SR} \\ L_{RS} & L_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{fDQ} \end{bmatrix}$$

1. 电感矩阵具有对称性
2. 自感系数和互感系数随转子的旋转作周期性变化

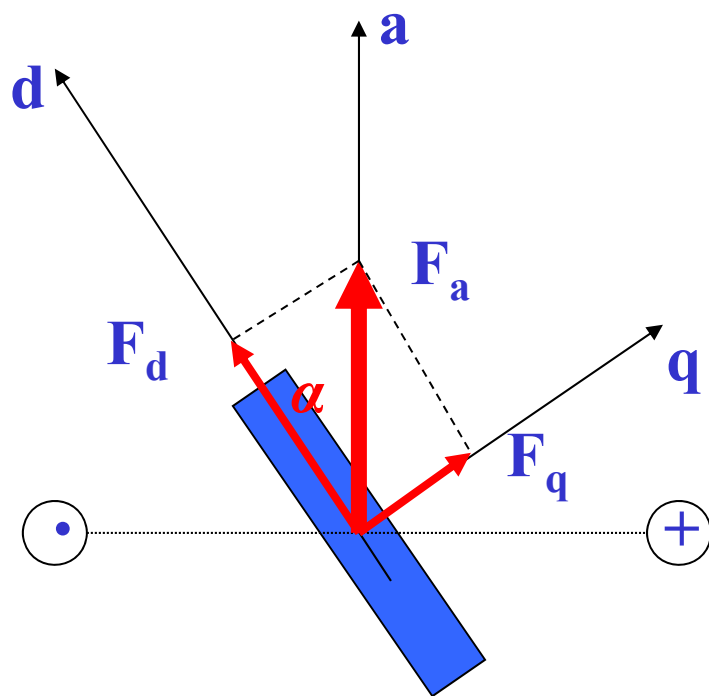
3-2 同步发电机的原始方程

电感系数

定子绕组自感系数	L_{aa}	L_{bb}	L_{cc}
定子绕组间互感系数	$L_{ab} = L_{ba}$	$L_{bc} = L_{cb}$	$L_{ca} = L_{ac}$
转子绕组自感系数	$L_{ff} = L_f$	$L_{DD} = L_D$	$L_{QQ} = L_Q$
转子绕组间互感系数	$L_{fD} = L_{Df}$	$L_{fQ} = L_{Qf}$	$L_{DQ} = L_{QD}$
定转子绕组间互感系数	$L_{af} = L_{fa}$	$L_{bf} = L_{fb}$	$L_{cf} = L_{fc}$
	$L_{aD} = L_{Da}$	$L_{bD} = L_{Db}$	$L_{cD} = L_{Dc}$
	$L_{aQ} = L_{Qa}$	$L_{bQ} = L_{Qb}$	$L_{cQ} = L_{Qc}$

3-2 同步发电机的原始方程

电感系数 定子各相绕组的自感系数



a 相绕组电流 i_a

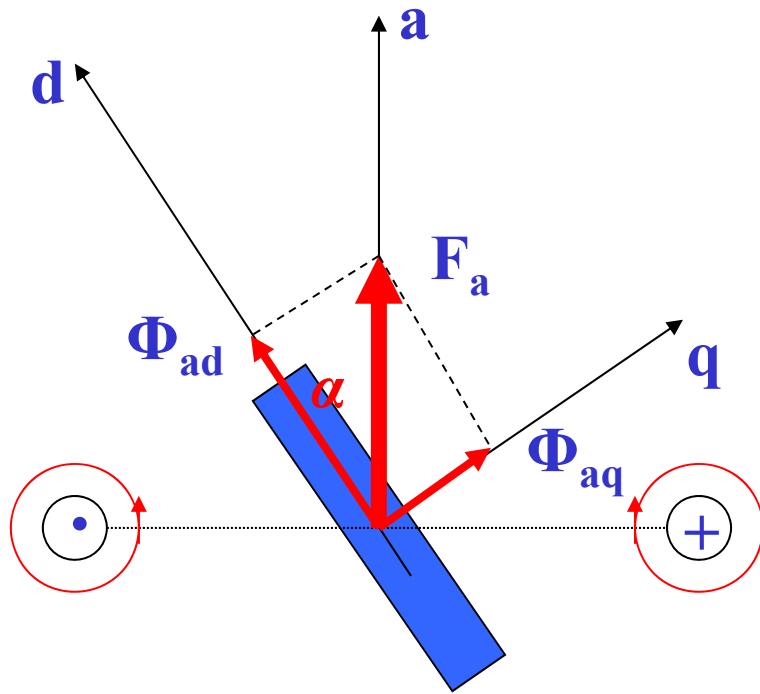
→ 正弦分布磁势 $F_a = w_a i_a$

→ d轴分量 $F_a \cos \alpha$ +

q轴分量 $F_a \sin \alpha$

3-2 同步发电机的原始方程

电感系数 定子各相绕组的自感系数



d轴气隙磁通

$$\Phi_{ad} = \lambda_{ad} F_a \cos \alpha$$

q轴气隙磁通

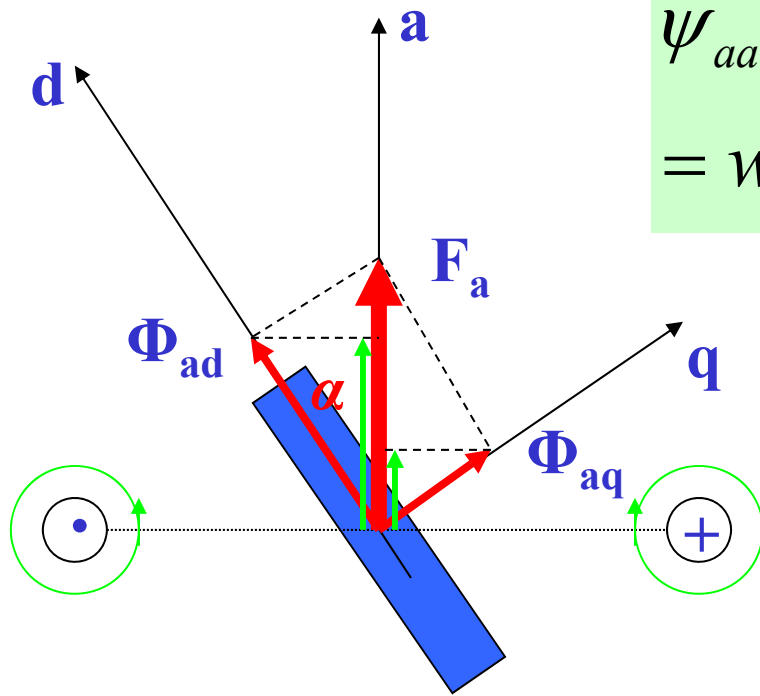
$$\Phi_{aq} = \lambda_{aq} F_a \sin \alpha$$

定子绕组漏磁通

$$\Phi_{\sigma a} = \lambda_{\sigma a} F_a$$

3-2 同步发电机的原始方程

电感系数 定子各相绕组的自感系数



$$\begin{aligned}\psi_{aa} &= w_a (\Phi_{\sigma a} + \Phi_{ad} \cos \alpha + \Phi_{aq} \sin \alpha) \\ &= w_a^2 i_a (\lambda_{\sigma a} + \lambda_{ad} \cos^2 \alpha + \lambda_{aq} \sin^2 \alpha)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}L_{aa} &= \psi_{aa} / i_a \\ &= w_a^2 (\lambda_{\sigma a} + \lambda_{ad} \cos^2 \alpha + \lambda_{aq} \sin^2 \alpha) \\ &= l_0 + l_2 \cos 2\alpha\end{aligned}$$

3-2 同步发电机的原始方程

电感系数 定子各相绕组的自感系数

$$L_{aa} = l_0 + l_2 \cos 2\alpha$$

$$l_0 = w_a^2 \left[\lambda_{s\sigma} + \frac{1}{2} (\lambda_{ad} + \lambda_{aq}) \right]$$

$$l_2 = \frac{1}{2} w_a^2 [\lambda_{ad} - \lambda_{aq}]$$

3-2 同步发电机的原始方程

电感系数 定子各相绕组的自感系数(周期为 π)

$$L_{aa} = l_0 + l_2 \cos 2\alpha$$

$$L_{bb} = l_0 + l_2 \cos 2(\alpha - 120^\circ)$$

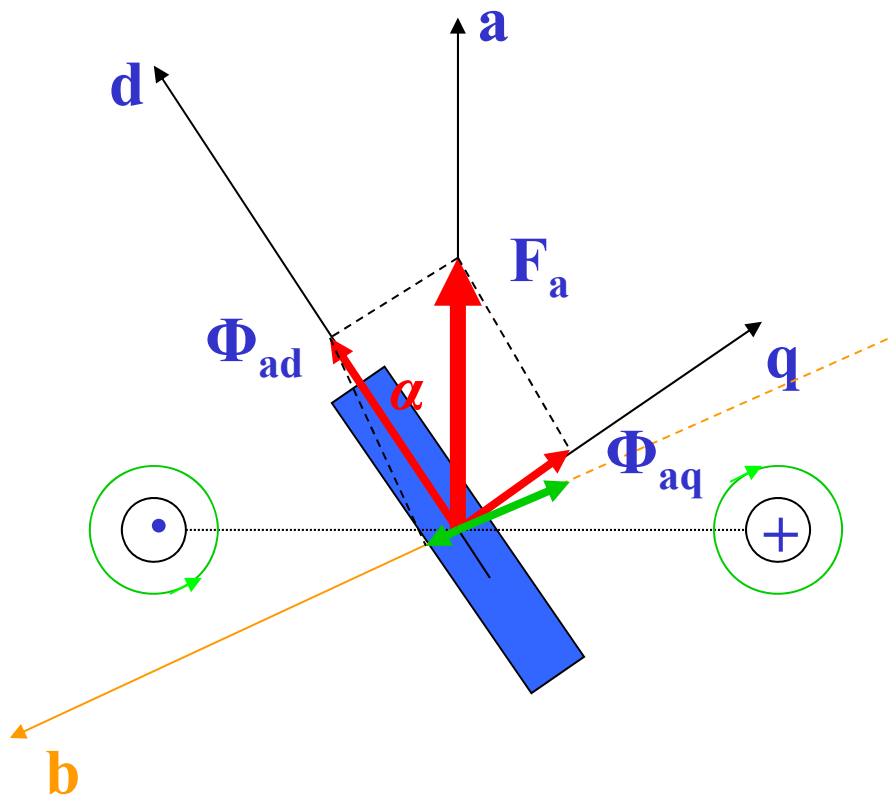
$$L_{cc} = l_0 + l_2 \cos 2(\alpha + 120^\circ)$$

$$l_0 = w_a^2 \left[\lambda_{s\sigma} + \frac{1}{2} (\lambda_{ad} + \lambda_{aq}) \right]$$

$$l_2 = \frac{1}{2} w_a^2 [\lambda_{ad} - \lambda_{aq}]$$

3-2 同步发电机的原始方程

电感系数 定子绕组间的互感系数



$$\begin{aligned}\psi_{ba} &= w_b [\Phi_{ba\sigma} + \\ &\quad \Phi_{ad} \cos(\alpha - 120^\circ) + \\ &\quad \Phi_{aq} \sin(\alpha - 120^\circ)] \\ &= w_b w_a i_a [-\lambda_{m\sigma} + \\ &\quad \lambda_{ad} \cos \alpha \cos(\alpha - 120^\circ) + \\ &\quad \lambda_{aq} \sin \alpha \sin(\alpha - 120^\circ)]\end{aligned}$$

3-2 同步发电机的原始方程

电感系数 定子绕组间的互感系数

$$L_{ab} = L_{ba} = -[m_0 + m_2 \cos 2(\alpha + 30^\circ)]$$

$$m_0 = w^2 \left[\lambda_{m\sigma} + \frac{1}{4} (\lambda_{ad} + \lambda_{aq}) \right]$$

$$m_2 = \frac{1}{2} w^2 (\lambda_{ad} - \lambda_{aq})$$

$$m_0 \geq m_2$$

3-2 同步发电机的原始方程

电感系数 定子绕组间的互感系数(周期为 π)

$$L_{ab} = L_{ba} = -[m_0 + m_2 \cos 2(\alpha + 30^\circ)]$$

$$L_{bc} = L_{cb} = -[m_0 + m_2 \cos 2(\alpha - 90^\circ)]$$

$$L_{ca} = L_{ac} = -[m_0 + m_2 \cos 2(\alpha + 150^\circ)]$$

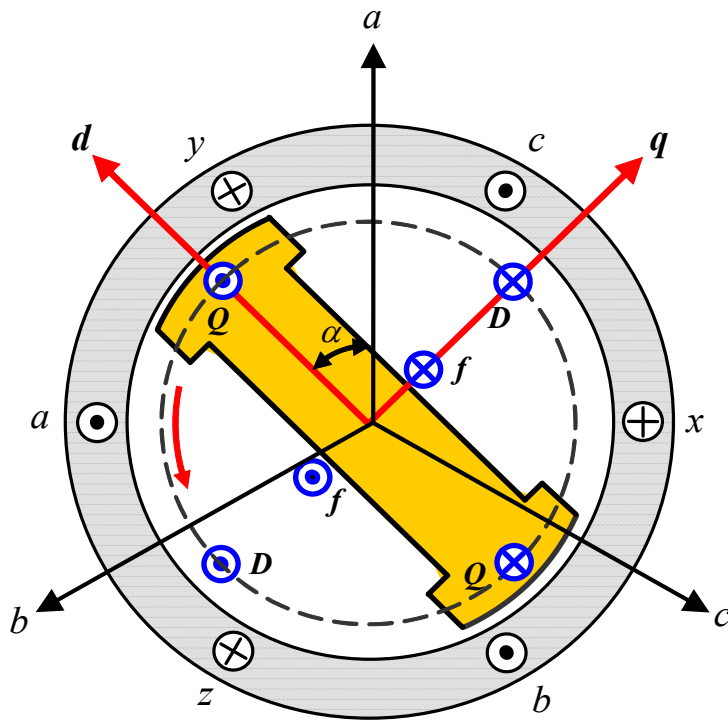
$$m_0 = w^2 \left[\lambda_{m\sigma} + \frac{1}{4} (\lambda_{ad} + \lambda_{aq}) \right]$$

$$m_2 = \frac{1}{2} w^2 (\lambda_{ad} - \lambda_{aq})$$

$$m_0 \geq m_2$$

3-2 同步发电机的原始方程

电感系数 转子各绕组的自感和互感系数



绕组轴线正向示意图

转子绕组电流的磁通，其磁路的磁导总是不变的

转子各绕组的自感系数 L_{ff} L_{DD} L_{QQ} 都是常数

记为 L_f L_D L_Q

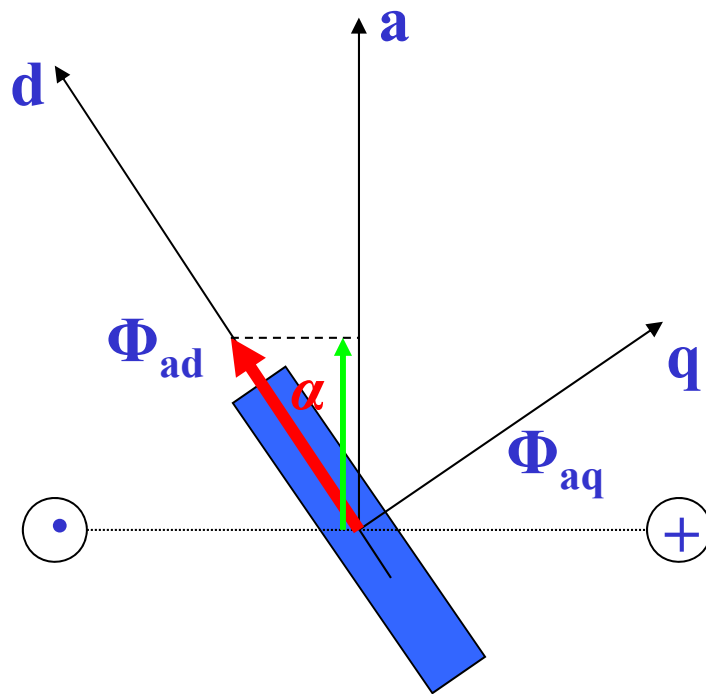
转子各绕组的互感系数都是常数

$$L_{fD} = L_{Df} = \text{常数}$$

$$L_{fQ} = L_{Qf} = L_{DQ} = L_{QD} = 0$$

3-2 同步发电机的原始方程

电感系数 定子和转子绕组间的互感系数



$$\psi_{af} = w w_f i_f \lambda_{ad} \cos \alpha$$

$$L_{fa} = L_{af} = \psi_{af} / i_f = m_{af} \cos \alpha$$

3-2 同步发电机的原始方程

电感系数 定子和转子绕组间的互感系数

$$L_{fa} = L_{af} = m_{af} \cos \alpha$$

$$m_{af} = w w_f \lambda_{ad}$$

3-2 同步发电机的原始方程

电感系数 定子和转子绕组间的互感系数(周期为 2π)

$$L_{fa} = L_{af} = m_{af} \cos \alpha$$

$$L_{fb} = L_{bf} = m_{af} \cos(\alpha - 120^\circ)$$

$$L_{fc} = L_{cf} = m_{af} \cos(\alpha + 120^\circ)$$

$$m_{af} = w w_f \lambda_{ad}$$

3-2 同步发电机的原始方程

电感系数 定子和转子绕组间的互感系数(周期为 2π)

$$L_{aD} = L_{Da} = m_{aD} \cos \alpha$$

$$L_{bD} = L_{Db} = m_{aD} \cos(\alpha - 120^\circ)$$

$$L_{cD} = L_{Dc} = m_{aD} \cos(\alpha + 120^\circ)$$

3-2 同步发电机的原始方程

电感系数 定子和转子绕组间的互感系数(周期为 2π)

$$L_{aQ} = L_{Qa} = m_{aQ} \sin \alpha$$

$$L_{bQ} = L_{Qb} = m_{aQ} \sin(\alpha - 120^\circ)$$

$$L_{cQ} = L_{Qc} = m_{aQ} \sin(\alpha + 120^\circ)$$

3-2 同步发电机的原始方程

磁链方程 系数随时间而周期变化

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{af} & L_{aD} & L_{aQ} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bf} & L_{bD} & L_{bQ} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cf} & L_{cD} & L_{cQ} \\ L_{fa} & L_{fb} & L_{fc} & L_{ff} & L_{fD} & L_{fQ} \\ L_{Da} & L_{Db} & L_{Dc} & L_{Df} & L_{DD} & L_{DQ} \\ L_{Qa} & L_{Qb} & L_{Qc} & L_{Qf} & L_{QD} & L_{QQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

3-2 同步发电机的原始方程

电势方程和磁链方程

$$\begin{bmatrix} v_{abc} \\ v_{fDQ} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \dot{\psi}_{abc} \\ \dot{\psi}_{fDQ} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r_S & 0 \\ 0 & r_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{fDQ} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{abc} \\ \psi_{fDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{SS} & L_{SR} \\ L_{RS} & L_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{fDQ} \end{bmatrix}$$

变系数微分方程 (坐标变换) 常系数微分方程

3-2 同步发电机的原始方程

本节主要结论

磁链方程式中，同步电机许多电感系数随转子位置角发生周期性变化，是时变系数

将磁链方程代入同步电机电势方程，将得到一组时变系数微分方程，不便于求解；

3-2 同步发电机的原始方程

	凸极机	隐极机	影响因素
定子绕组自感系数	时变	常数	转子dq轴向对称性
定子绕组间互感系数	时变	常数	转子dq轴向对称性
转子绕组自感系数	常数	常数	磁路恒定
转子绕组间互感系数	常数	常数	磁路恒定
定转子绕组间互感系数	时变	时变	定转子相对运动

第三章 同步发电机的基本方程

3-1 基本前提

3-2 同步发电机的原始方程

3-3 **dq0**坐标系的同步电机方程

3-4 同步电机的常用标么制

3-5 基本方程的拉氏运算形式

3-6 同步电机的对称稳态运行

3-3 dq0坐标系的同步电机方程

坐标变换和dq0系统

原始方程

定子变量：静止不动的三相坐标系

转子变量：旋转的dq两相坐标系

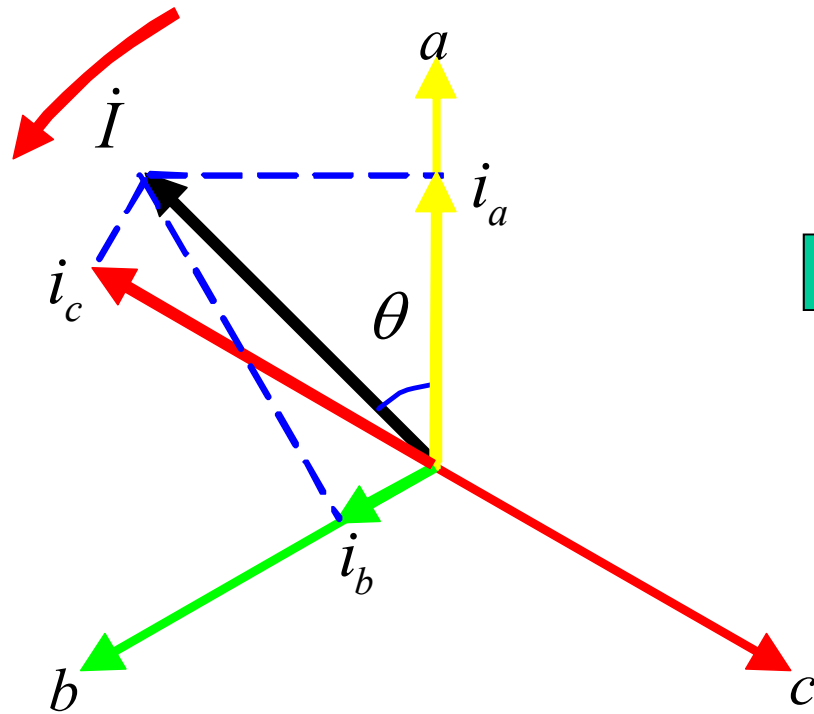
3-3 dq0坐标系的同步电机方程

坐标变换和dq0系统

1. 定、转子相对运动，使定、转子绕组间互感系数周期性变化
2. 转子磁路只对于d、q轴对称，而非任意对称，转子旋转导致定子绕组的自感和互感周期性变化

3-3 dq0坐标系的同步电机方程

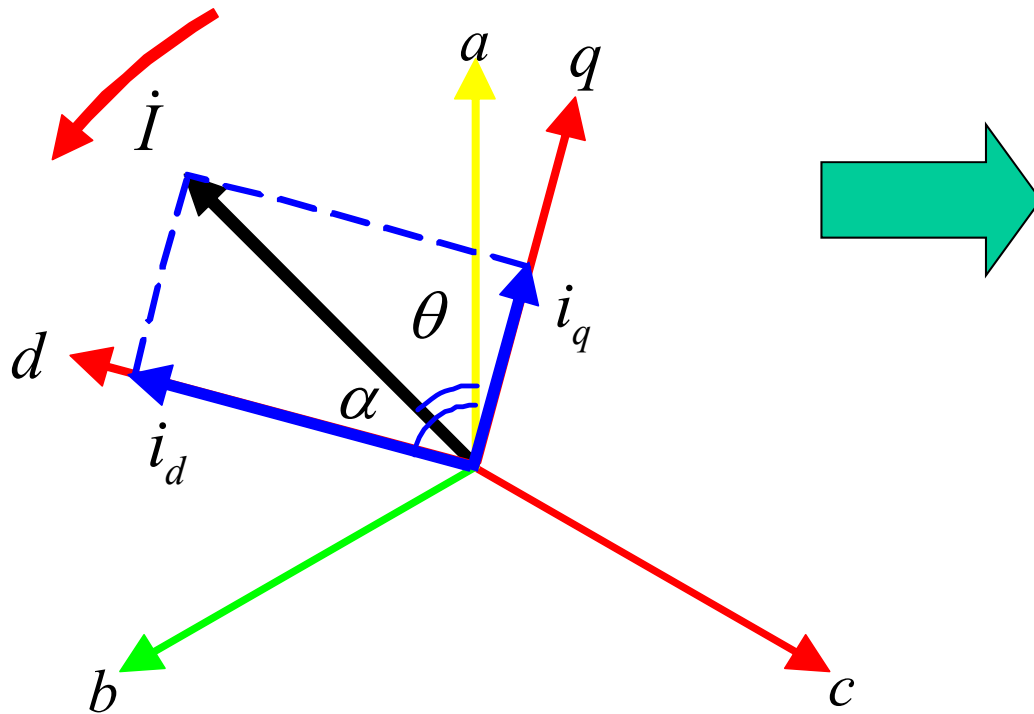
坐标变换和dq0系统



$$\begin{cases} i_a = I \cos \theta \\ i_b = I \cos(\theta - 120^\circ) \\ i_c = I \cos(\theta + 120^\circ) \end{cases}$$

3-3 dq0坐标系的同步电机方程

坐标变换和dq0系统



$$\begin{cases} i_d = I \cos(\alpha - \theta) \\ i_q = I \sin(\alpha - \theta) \end{cases}$$

3-3 dq0坐标系的同步电机方程

坐标变换和dq0系统

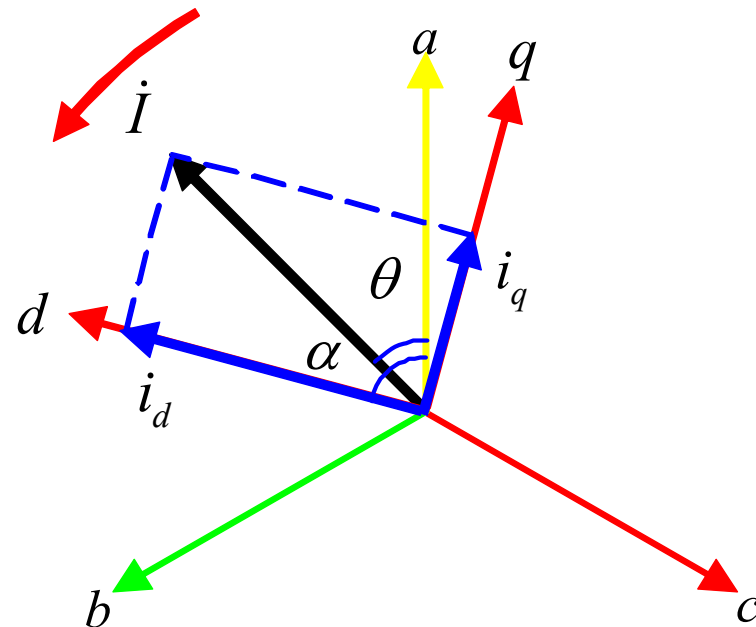
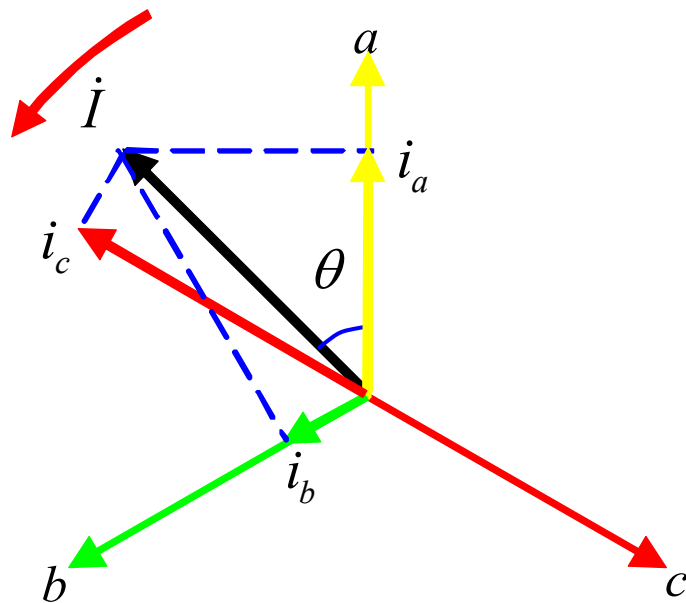
$$i_a = I \cos \theta$$

$$i_b = I \cos(\theta - 120^\circ)$$

$$i_c = I \cos(\theta + 120^\circ)$$

$$i_d = I \cos(\alpha - \theta)$$

$$i_q = I \sin(\alpha - \theta)$$



3-3 dq0坐标系的同步电机方程

坐标变换和dq0系统

$$i_d = \frac{2}{3} [i_a \cos \alpha + i_b \cos(\alpha - 120^\circ) + i_c \cos(\alpha + 120^\circ)]$$

$$i_q = \frac{2}{3} [i_a \sin \alpha + i_b \sin(\alpha - 120^\circ) + i_c \sin(\alpha + 120^\circ)]$$

- ◇ 将三相电流 i_a 、 i_b 、 i_c 变换成了等效的两相电流 i_d 和 i_q 。
- ◇ 可以设想为两个等效绕组dd和qq中的电流。

3-3 dq0坐标系的同步电机方程

坐标变换和dq0系统

- ◇ 等效绕组d和q随着转子一起旋转。
- ◇ 等效绕组中电流产生的磁势对转子相对静止，它所遇到的磁路磁阻恒定不变，相应的电感系数是常数。
- ◇ 当定子绕组内存在幅值恒定的三相对称电流时， i_d 和 i_q 都是常数，即等效绕组中的电流是直流。

3-3 dq0坐标系的同步电机方程

坐标变换和dq0系统

◇ 如果定子绕组中存在三相**不对称**电流，只要是一个平衡的三相系统，即满足：

$$i_a + i_b + i_c = 0$$

仍然可以用一个通用相量来代表三相电流，不过这时通用相量的幅值和转速都不是恒定的，因而它在d轴和q轴上的投影也是幅值变化的。

3-3 dq0坐标系的同步电机方程

坐标变换和dq0系统

- ◇ 当定子三相电流构成一个不平衡系统时，三相电流是三个独立的变量，仅用两个新变量不足以代表原来的三个变量。为此，新增：

$$i_0 = \frac{1}{3}(i_a + i_b + i_c)$$

i_0 : 定子电流的零轴分量。用瞬时值表示。

3-3 dq0坐标系的同步电机方程

坐标变换和dq0系统

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \alpha & \cos(\alpha - 120^\circ) & \cos(\alpha + 120^\circ) \\ \sin \alpha & \sin(\alpha - 120^\circ) & \sin(\alpha + 120^\circ) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

$$\dot{i}_{dq0} = P i_{abc}$$

3-3 dq0坐标系的同步电机方程

坐标变换和dq0系统

$$P = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \alpha & \cos(\alpha - 120^\circ) & \cos(\alpha + 120^\circ) \\ \sin \alpha & \sin(\alpha - 120^\circ) & \sin(\alpha + 120^\circ) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

$$P^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 1 \\ \cos(\alpha - 120^\circ) & \sin(\alpha - 120^\circ) & 1 \\ \cos(\alpha + 120^\circ) & \sin(\alpha + 120^\circ) & 1 \end{bmatrix}$$

3-3 dq0坐标系的同步电机方程

坐标变换和dq0系统 Park变换

$$\dot{i}_{dq0} = P \dot{i}_{abc}$$

$$\dot{i}_{abc} = P^{-1} \dot{i}_{dq0}$$

3-3 dq0坐标系的同步电机方程

坐标变换和dq0系统 Park变换

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 1 \\ \cos(\alpha - 120^\circ) & \sin(\alpha - 120^\circ) & 1 \\ \cos(\alpha + 120^\circ) & \sin(\alpha + 120^\circ) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix}$$

- ✓ 相同的零轴分量，其合成磁势为零。
- ✓ Park变换，对定子电压和磁链都可以实施相同的变换。

3-3 dq0坐标系的同步电机方程

坐标变换和dq0系统 Park变换

abc系统	dq0系统
直流	基频交流
对称基频交流	直流
对称倍频交流	基频交流

3-3 dq0坐标系的同步电机方程

dq0系统的电势方程

$$\begin{bmatrix} v_{abc} \\ v_{fDQ} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \dot{\psi}_{abc} \\ \dot{\psi}_{fDQ} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r_S & 0 \\ 0 & r_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{fDQ} \end{bmatrix}$$

$$v_{abc} = -\dot{\psi}_{abc} - r_S i_{abc}$$

$$\Longrightarrow v_{dq0} = -P \dot{\psi}_{abc} - r_S i_{dq0}$$

3-3 dq0坐标系的同步电机方程

dq0系统的电势方程

$$\psi_{dq0} = P\psi_{abc}$$

$$\dot{\psi}_{dq0} = \dot{P}\psi_{abc} + P\dot{\psi}_{abc}$$

$$P\dot{\psi}_{abc} = \dot{\psi}_{dq0} - \dot{P}\psi_{abc} = \dot{\psi}_{dq0} - \dot{P}P^{-1}\psi_{dq0} = \dot{\psi}_{dq0} + S$$

$$S = \begin{bmatrix} \omega\psi_q \\ -\omega\psi_d \\ 0 \end{bmatrix}$$

3-3 dq0坐标系的同步电机方程

dq0系统的电势方程

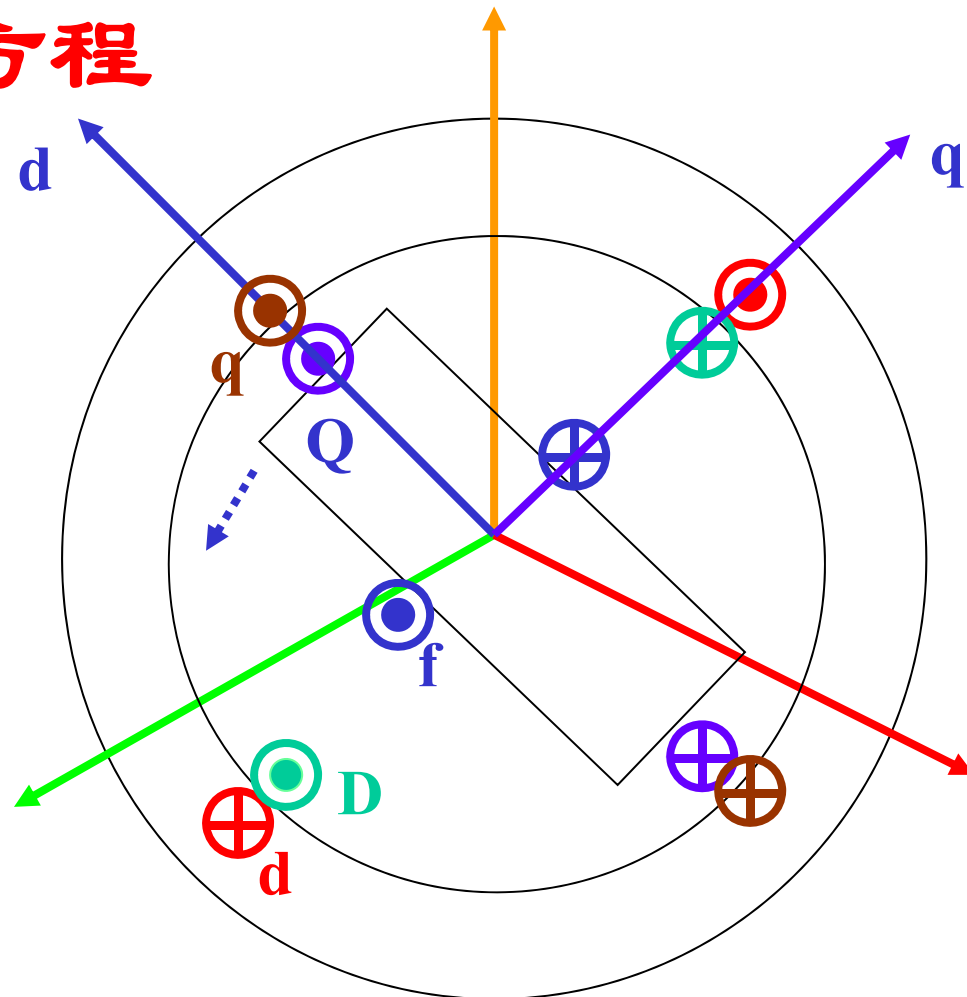
$$\begin{aligned} v_{dq0} &= -P \dot{\psi}_{abc} - r_S i_{dq0} \\ &= -(\dot{\psi}_{dq0} + S) - r_S i_{dq0} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} v_d &= -\dot{\psi}_d - \omega \psi_q - r i_d \\ v_q &= -\dot{\psi}_q + \omega \psi_d - r i_q \\ v_0 &= -\dot{\psi}_0 - r i_0 \end{aligned} \right\}$$

3-3 dq0坐标系的同步电机方程

dq0系统的电势方程

$$\left. \begin{aligned} v_d &= -\dot{\psi}_d - \omega\psi_q - ri_d \\ v_q &= -\dot{\psi}_q + \omega\psi_d - ri_q \\ v_0 &= -\dot{\psi}_0 - ri_0 \end{aligned} \right\}$$



同步电机的伪静止模型

3-3 dq0坐标系的同步电机方程

dq0系统的磁链方程和电感系数

$$\Psi_{abc} = L_{SS} i_{abc} + L_{SR} i_{fDQ}$$

$$\Psi_{fDQ} = L_{RS} i_{abc} + L_{RR} i_{fDQ}$$

$$\Psi_{dq0} = PL_{SS} P^{-1} i_{dq0} + PL_{SR} i_{fDQ}$$

$$\Psi_{fDQ} = L_{RS} P^{-1} i_{dq0} + L_{RR} i_{fDQ}$$

3-3 dq0坐标系的同步电机方程

dq0系统的磁链方程和电感系数

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 & m_{af} & m_{aD} & 0 \\ 0 & L_q & 0 & 0 & 0 & m_{aQ} \\ 0 & 0 & L_0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2}m_{fa} & 0 & 0 & L_f & L_{fD} & 0 \\ \frac{3}{2}m_{Da} & 0 & 0 & L_{Df} & L_D & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}m_{Qa} & 0 & 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

3-3 dq0坐标系的同步电机方程

dq0系统的磁链方程和电感系数

1. 电感系数都变为常数

定子三相绕组被假想的等效绕组 d 和 q 所代替，与 d 轴和 q 轴方向一致，磁导与转子位置无关。

3-3 dq0坐标系的同步电机方程

dq0系统的磁链方程和电感系数

$$L_d = w^2 (\lambda_{s\sigma} + \lambda_{m\sigma} + \frac{3}{2} \lambda_{ad}) \quad \text{纵轴同步电感}$$

$$L_q = w^2 (\lambda_{s\sigma} + \lambda_{m\sigma} + \frac{3}{2} \lambda_{aq}) \quad \text{横轴同步电感}$$

$$L_0 = w^2 (\lambda_{s\sigma} - 2\lambda_{m\sigma}) \quad \text{零轴电感系数}$$

3-3 dq0坐标系的同步电机方程

dq0系统的磁链方程和电感系数

2. L_d 、 L_q 中穿过气隙的电感系数为一相绕组单独作用时的3/2倍，是三相电流共同作用下的一种解耦后的一相等值电感系数，对应于纵轴同步电抗 x_d 和横轴同步电抗 x_q 。

3-3 dq0坐标系的同步电机方程

dq0系统的磁链方程和电感系数

3. L_0 为一相等值的零轴电感系数，定子三相零轴电流在气隙中的合成磁势为零， L_0 只与漏自感和漏互感有关。

3-3 dq0坐标系的同步电机方程

dq0系统的磁链方程和电感系数

4. 系数矩阵不对称，即定子绕组和转子绕组间的互感系数不能互易了。

数学：因为 P 不是正交矩阵的缘故。

物理：定子对转子的互感中出现系数 $3/2$ ，是因为定子三相合成磁势的幅值为一相磁势的 $3/2$ 倍。

3-3 dq0坐标系的同步电机方程

dq0系统的磁链方程和电感系数

5. dq0系统中的电势方程和磁链方程合称为同步电机的基本方程，亦称Park方程。它比较精确地描述了同步电机内部的电磁过程，是同步电机暂态分析的基础。

3-3 dq0坐标系的同步电机方程

功率公式

$$\begin{aligned} S &= v_{abc}^T i_{abc} = [P^{-1} v_{dq0}]^T P^{-1} i_{dq0} \\ &= v_{dq0}^T [P^{-1}]^T P^{-1} i_{dq0} = 3v_0 i_0 + \frac{3}{2} (v_d i_d + v_q i_q) \end{aligned}$$

第三章 同步发电机的基本方程

3-1 基本前提

3-2 同步发电机的原始方程

3-3 dq0坐标系的同步电机方程

3-4 同步电机的常用标么制

3-5 基本方程的拉氏运算形式

3-6 同步电机的对称稳态运行

3-4 同步电机的常用标么制

原则

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 & m_{af} & m_{aD} & 0 \\ 0 & L_q & 0 & 0 & 0 & m_{aQ} \\ 0 & 0 & L_0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2}m_{fa} & 0 & 0 & L_f & L_{fD} & 0 \\ \frac{3}{2}m_{Da} & 0 & 0 & L_{Df} & L_D & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}m_{Qa} & 0 & 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

1. 基本方程形式不变

2. 转子磁链平衡方程中不出现系数3/2

3-4 同步电机的常用标么制

电压

$$\left. \begin{aligned} v_d &= -\dot{\psi}_d - \omega\psi_q - ri_d \\ v_q &= -\dot{\psi}_q + \omega\psi_d - ri_q \\ v_0 &= -\dot{\psi}_0 - ri_0 \\ -v_f &= -\dot{\psi}_f - ri_f \\ 0 &= -\dot{\psi}_D - r_D i_D \\ 0 &= -\dot{\psi}_Q - r_Q i_Q \end{aligned} \right\}$$

3-4 同步电机的常用标么制

磁链

$$\psi_d = L_d i_d + m_{af} i_f + m_{aD} i_D$$

$$\psi_q = L_q i_q + m_{aQ} i_Q$$

$$\psi_0 = L_0 i_0$$

$$\psi_f = m_{fa} i_d + L_f i_f + L_{fD} i_D$$

$$\psi_D = m_{Da} i_d + L_{Df} i_f + L_D i_D$$

$$\psi_Q = m_{Qa} i_q + L_Q i_Q$$

3-4 同步电机的常用标么制

磁链

$$\left. \begin{aligned} \psi_d &= L_d i_d + m_{af} i_f + m_{aD} i_D \\ \psi_q &= L_q i_q + m_{aQ} i_Q \\ \psi_0 &= L_0 i_0 \\ \psi_f &= m_{fa} i_d + L_f i_f + L_{fD} i_D \\ \psi_D &= m_{Da} i_d + L_{Df} i_f + L_D i_D \\ \psi_Q &= m_{Qa} i_q + L_Q i_Q \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} x_* &= \omega_* L_* \\ \omega_* &= 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_* = L_*$$

零轴与dq轴无关，另行考虑

$$\left. \begin{aligned} \psi_d &= x_d i_d + x_{af} i_f + x_{aD} i_D \\ \psi_q &= x_q i_q + x_{aQ} i_Q \\ \psi_f &= x_{fa} i_d + x_f i_f + x_{fD} i_D \\ \psi_D &= x_{Da} i_d + x_{Df} i_f + x_D i_D \\ \psi_Q &= x_{Qa} i_q + x_Q i_Q \end{aligned} \right\}$$

3-4 同步电机的常用标么制

磁链

$$\left. \begin{aligned} \psi_d &= x_d i_d + x_{af} i_f + x_{aD} i_D \\ \psi_q &= x_q i_q + x_{aQ} i_Q \\ \psi_f &= x_{fa} i_d + x_f i_f + x_{fD} i_D \\ \psi_D &= x_{Da} i_d + x_{Df} i_f + x_D i_D \\ \psi_Q &= x_{Qa} i_q + x_Q i_Q \end{aligned} \right\}$$

同步电机的准稳态模型

✓ D轴三个绕组一个公共磁通

$$x_{af} = x_{aD} = x_{fD} = x_{ad}$$

直轴电枢反应电抗

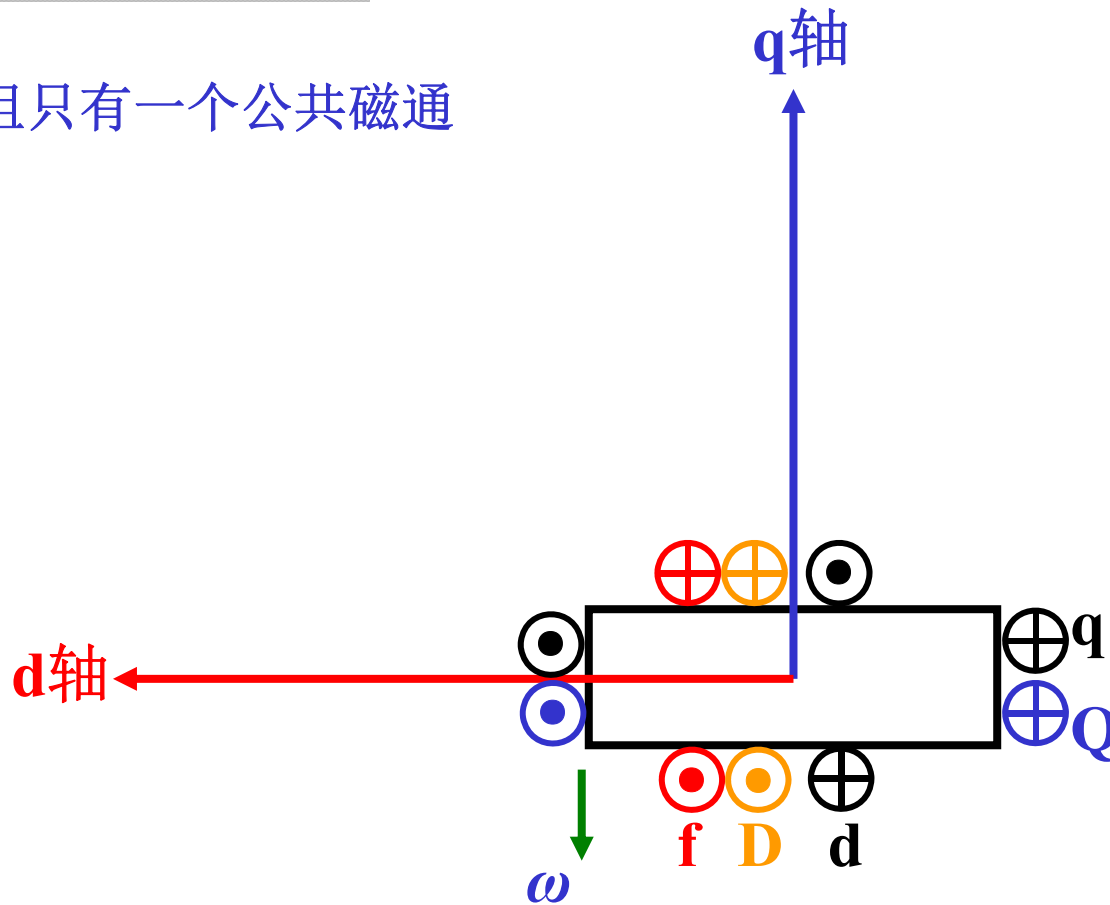
✓ Q轴两个绕组一个公共磁通

$$x_{aQ} = x_{aq}$$

交轴电枢反应电抗

3-4 同步电机的常用标么制

✓d轴三个绕组只有一个公共磁通



3-4 同步电机的常用标么制

磁链

$$\left. \begin{aligned} \psi_d &= x_d i_d + x_{ad} i_f + x_{ad} i_D \\ \psi_q &= x_q i_q + x_{aq} i_Q \\ \psi_f &= x_{ad} i_d + x_f i_f + x_{ad} i_D \\ \psi_D &= x_{ad} i_d + x_{ad} i_f + x_D i_D \\ \psi_Q &= x_{aq} i_q + x_Q i_Q \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} x_d &= x_{\sigma a} + x_{ad} \\ x_f &= x_{\sigma f} + x_{ad} \\ x_D &= x_{\sigma D} + x_{ad} \\ x_q &= x_{\sigma a} + x_{aq} \\ x_Q &= x_{\sigma Q} + x_{aq} \end{aligned} \right\}$$

3-4 同步电机的常用标么制

有功

$$\begin{aligned}\frac{P}{S_B} &= \frac{3v_0 i_0 + \frac{3}{2}(v_d i_d + v_q i_q)}{\frac{3}{2}v_B i_B} \\ &= 2v_{0^*} i_{0^*} + v_{d^*} i_{d^*} + v_{q^*} i_{q^*}\end{aligned}$$

3-6 同步电机的对称稳态运行

原始方程

6 个线圈：定子：静止 $a b c$ 转子：旋转的 $f D Q$

电压方程

$$\begin{bmatrix} v_{abc} \\ v_{fDQ} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \dot{\psi}_{abc} \\ \dot{\psi}_{fDQ} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r_S & 0 \\ 0 & r_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{fDQ} \end{bmatrix}$$

磁链方程

$$\begin{bmatrix} \psi_{abc} \\ \psi_{fDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{SS} & L_{SR} \\ L_{RS} & L_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{fDQ} \end{bmatrix}$$

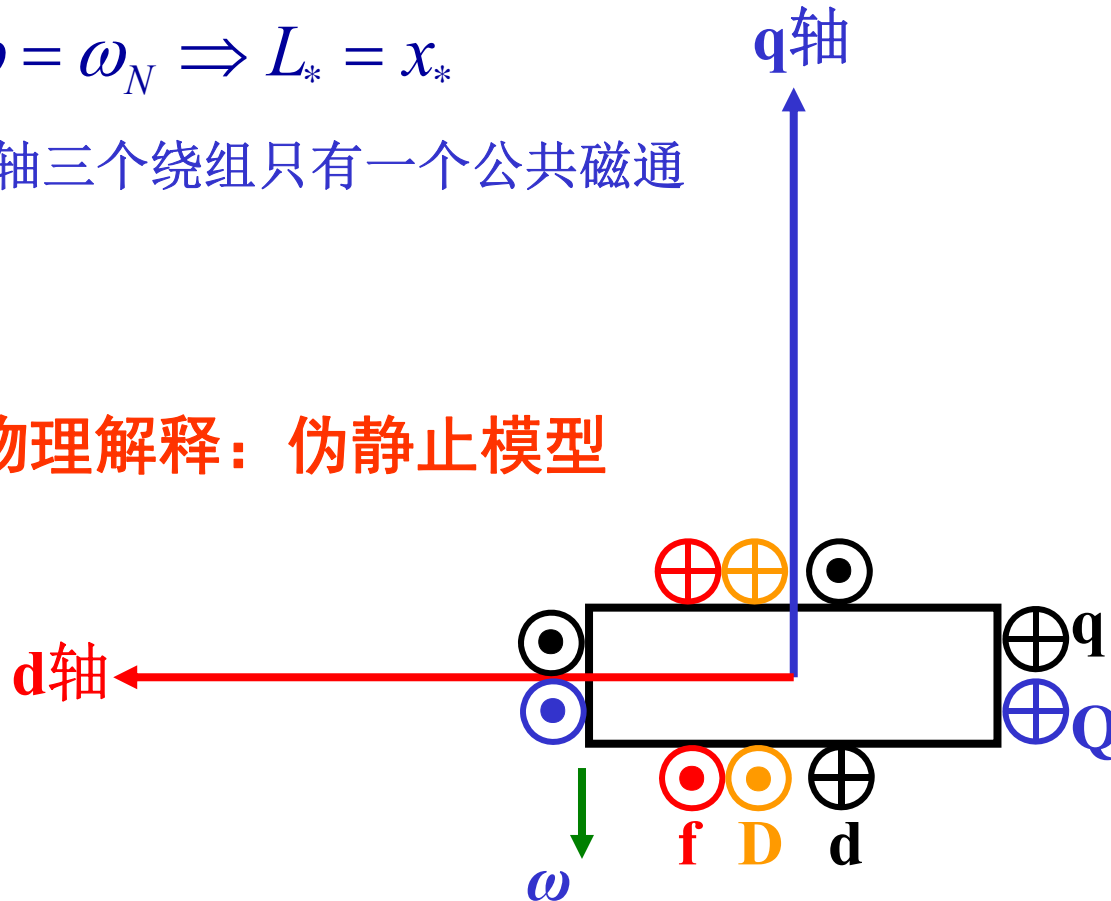
变系数微分方程 (Park变换) 常系数微分方程

3-6 同步电机的对称稳态运行

基本方程

- ✓ Park变换: 静止abc→旋转dq0
- ✓ $\omega = \omega_N \Rightarrow L_* = x_*$
- ✓ d轴三个绕组只有一个公共磁通

➤ 物理解释: 伪静止模型



$$\left. \begin{aligned} v_d &= -\dot{\psi}_d - \psi_q - r i_d \\ v_q &= -\dot{\psi}_q + \psi_d - r i_q \\ -v_f &= -\dot{\psi}_f - r i_f \\ 0 &= -\dot{\psi}_D - r_D i_D \\ 0 &= -\dot{\psi}_Q - r_Q i_Q \end{aligned} \right\}$$

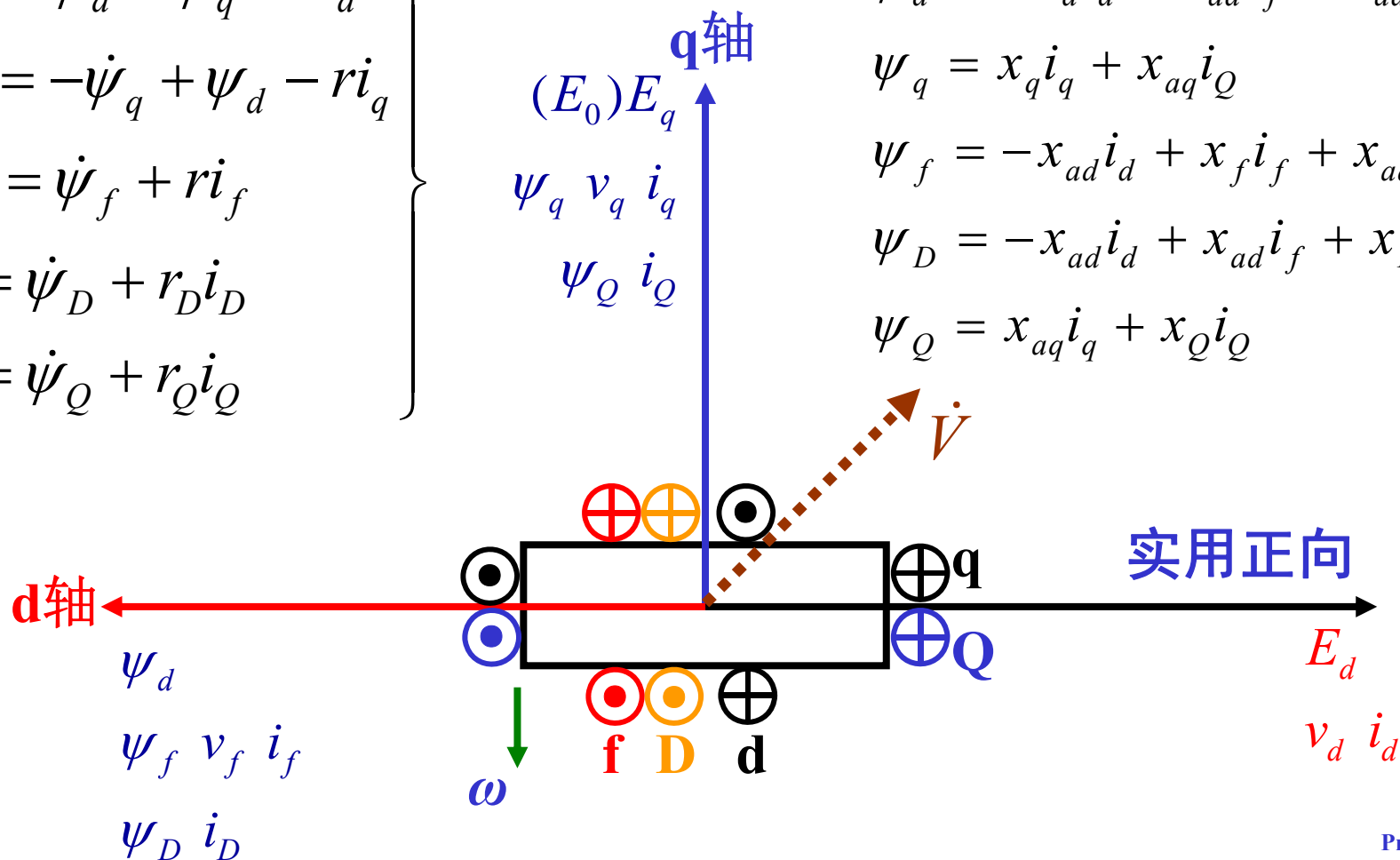
$$\left. \begin{aligned} \psi_d &= x_d i_d + x_{ad} i_f + x_{ad} i_D \\ \psi_q &= x_q i_q + x_{aq} i_Q \\ \psi_f &= x_{ad} i_d + x_f i_f + x_{ad} i_D \\ \psi_D &= x_{ad} i_d + x_{ad} i_f + x_D i_D \\ \psi_Q &= x_{aq} i_q + x_Q i_Q \end{aligned} \right\}$$

3-6 同步电机的对称稳态运行

实用方程

$$\left. \begin{aligned} v_d &= \dot{\psi}_d + \psi_q - r i_d \\ v_q &= -\dot{\psi}_q + \psi_d - r i_q \\ v_f &= \dot{\psi}_f + r i_f \\ 0 &= \dot{\psi}_D + r_D i_D \\ 0 &= \dot{\psi}_Q + r_Q i_Q \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \psi_d &= -x_d i_d + x_{ad} i_f + x_{ad} i_D \\ \psi_q &= x_q i_q + x_{aq} i_Q \\ \psi_f &= -x_{ad} i_d + x_f i_f + x_{ad} i_D \\ \psi_D &= -x_{ad} i_d + x_{ad} i_f + x_D i_D \\ \psi_Q &= x_{aq} i_q + x_Q i_Q \end{aligned} \right\}$$



3-6 同步电机的对称稳态运行

稳态运行的电势方程、相量图、等值电路

- ✓ 定子电流为幅值恒定的三相正序电流，通用相量 I 的长度不变，转速恒定且与转子同步

$$i_d = -I \cos(\alpha - \theta) = -I \cos(\alpha_0 - \theta_0)$$

$$i_q = I \sin(\alpha - \theta) = I \sin(\alpha_0 - \theta_0)$$

i_d 和 i_q 为常数

3-6 同步电机的对称稳态运行

稳态运行的电势方程、相量图、等值电路

$$\left. \begin{aligned} v_d &= \dot{\psi}_d + \psi_q - r i_d \\ v_q &= -\dot{\psi}_q + \psi_d - r i_q \\ v_f &= \dot{\psi}_f + r i_d \\ 0 &= \dot{\psi}_D + r_D i_D \\ 0 &= \dot{\psi}_Q + r_Q i_Q \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \psi_d &= -x_d i_d + x_{ad} i_f + x_{ad} i_D \\ \psi_q &= x_q i_q + x_{aq} i_Q \\ \psi_f &= -x_{ad} i_d + x_f i_f + x_{ad} i_D \\ \psi_D &= -x_{ad} i_d + x_{ad} i_f + x_D i_D \\ \psi_Q &= x_{aq} i_q + x_Q i_Q \end{aligned} \right\}$$

➤ i_d 和 i_q 为常数

➤ $\dot{\psi}_d = \dot{\psi}_q = 0$

➤ $i_D = i_Q = 0$

➤ $i_f = v_f / r_f = \text{const}$

➤ 忽略定子电阻 r

$$v_q = \psi_d = x_{ad} i_f - x_d i_d$$

$$v_d = \psi_q = x_q i_q$$

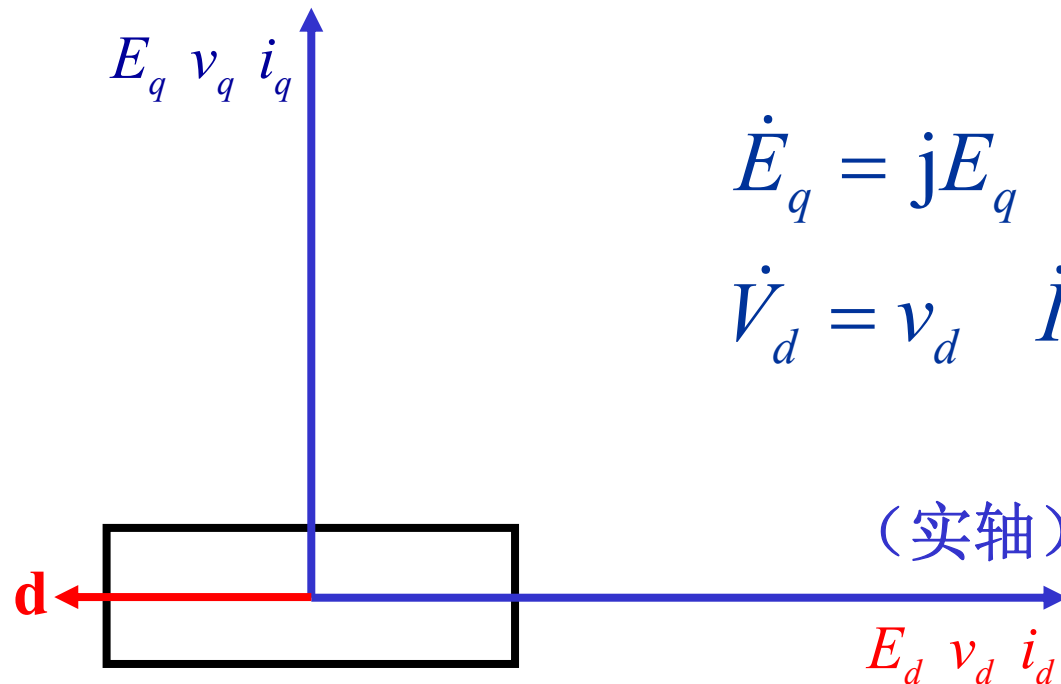
3-6 同步电机的对称稳态运行

稳态运行的电势方程、相量图、等值电路

$$v_q = \psi_d = x_{ad} i_f - x_d i_d = \psi_{fd} - x_d i_d = E_q - x_d i_d$$

$$v_d = \psi_q = x_q i_q$$

q (虚轴)



$$\dot{E}_q = jE_q \quad \dot{V}_q = jv_q \quad \dot{I}_q = ji_q$$

$$\dot{V}_d = v_d \quad \dot{I}_d = i_d$$

3-6 同步电机的对称稳态运行

稳态运行的电势方程、相量图、等值电路

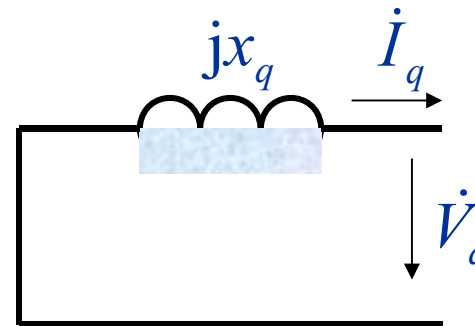
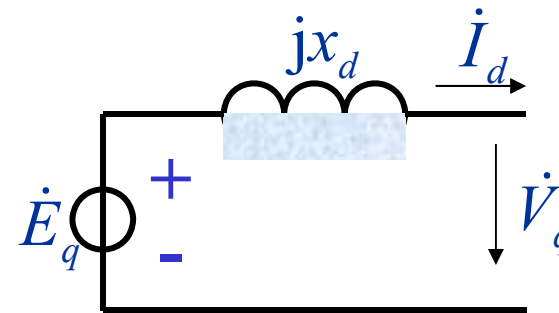
$$v_q = E_q - x_d i_d$$

$$v_d = x_q i_q$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_q &= jE_q & \dot{V}_q &= jv_q & \dot{I}_q &= ji_q \\ \dot{V}_d &= v_d & \dot{I}_d &= i_d \end{aligned}$$

$$\dot{V}_q = \dot{E}_q - jx_d \dot{I}_d$$

$$\dot{V}_d = -jx_q \dot{I}_q$$



3-6 同步电机的对称稳态运行

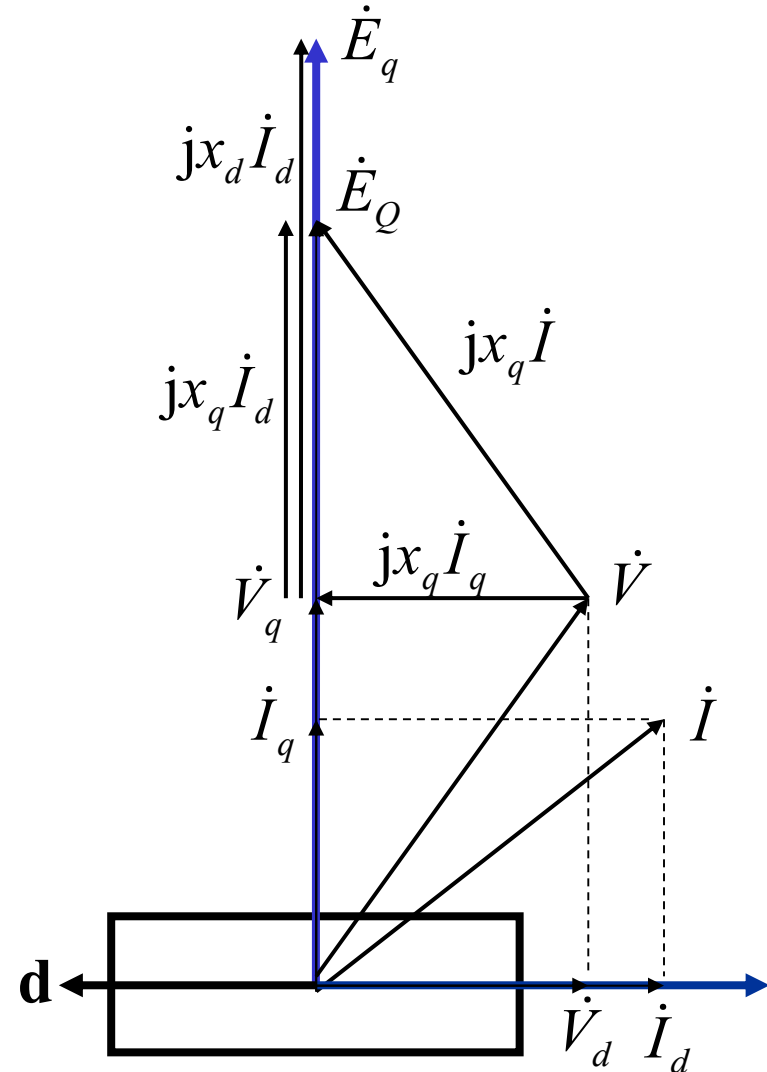
稳态运行的电势方程、相量图、等值电路

$$\dot{V}_q = \dot{E}_q - jx_d \dot{I}_d$$

$$\dot{V}_d = -jx_q \dot{I}_q$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{V}_d + \dot{V}_q \\ \dot{I} &= \dot{I}_d + \dot{I}_q \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{E}_q - jx_d \dot{I}_d - jx_q \dot{I}_q \\ &= \dot{E}_q - j(x_d - x_q) \dot{I}_d - jx_q \dot{I} \end{aligned}$$



3-6 同步电机的对称稳态运行

稳态运行的电势方程、相量图、等值电路

$$\dot{V} = \dot{E}_q - j(x_d - x_q)\dot{I}_d - jx_q\dot{I}$$

凸极机 $x_d \neq x_q$,

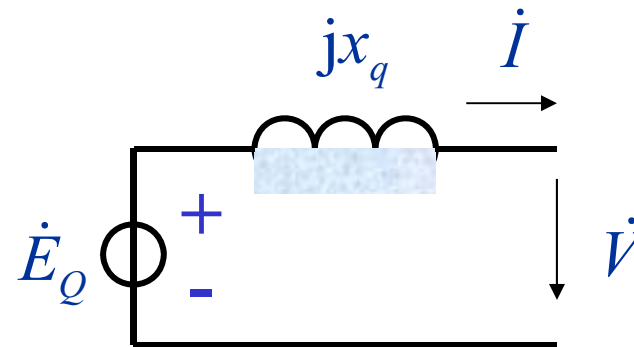
电势方程中含有电流的两个分量

等值电路图只能沿两个轴向作出

等值隐极机法

$$\dot{E}_Q = \dot{E}_q - j(x_d - x_q)\dot{I}_d$$

$$\dot{V} = \dot{E}_Q - jx_q\dot{I}$$

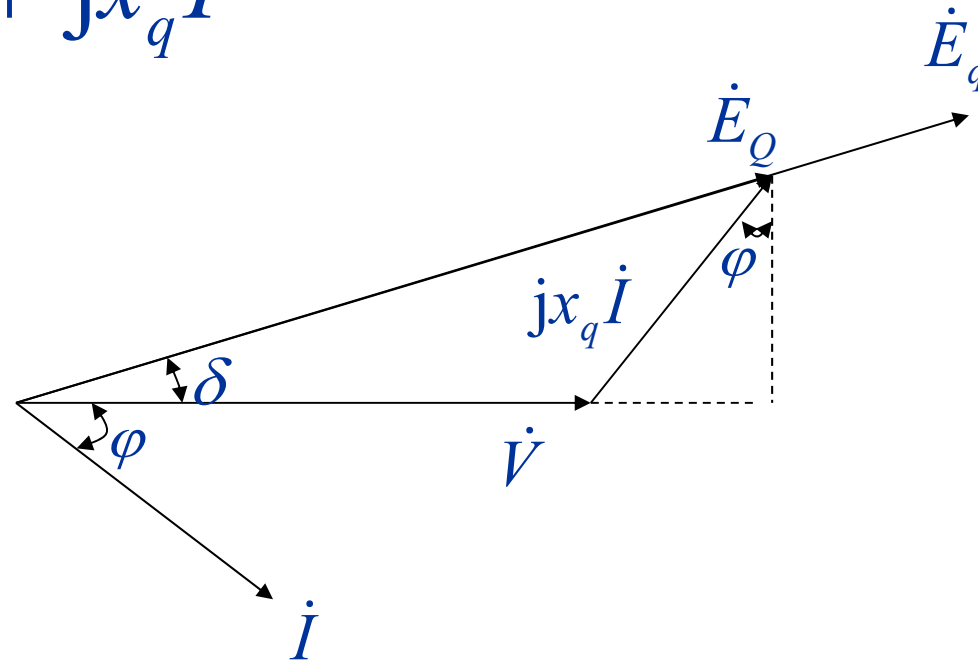


3-6 同步电机的对称稳态运行

稳态运行的电势方程、相量图、等值电路

\dot{E}_Q 的作用：确定 q 轴的方向

$$\dot{E}_Q = \dot{V} + jx_q \dot{I}$$



同步发电机：大机组

- ✧ 2011年底，**全国发电装机10.56亿千瓦**，其中火电7.65亿，水电2.31亿，核电0.126亿，风电0.45亿。
- ✧ 2011年底，全国统调（省级以上调度）的**56210万千瓦**公用常规燃煤机组中，**平均利用小时数为5357小时**。全国100万千瓦、60万千瓦、30万千瓦、10万至30万千瓦、10万千瓦以下等级分别为6005小时、5362小时、5402小时、4592小时、4447小时。

Do you think so?

书读百遍，其义自见！

Ex: 3-6, 3-7, 3-8

End of Chapter 3